

Name:

Lineare Gleichungen 6

13) Übersetze in die mathematische Fachsprache.

Eine Zahl.	x	zB: 12
Das Doppelte einer Zahl wird um 3 vermindert.	$2x - 3$	$2 \cdot 12 - 3 = 24 - 3 = 21$
Das Doppelte einer um 3 verminderten Zahl.	$2 \cdot (x - 3)$	$2 \cdot (12 - 3) = 2 \cdot 9 = 18$
Die Summe aus der Hälfte einer Zahl und dem Drittel derselben Zahl.	$\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$	$\frac{12}{2} + \frac{12}{3} = 6 + 4 = 10$

14) Die Summe dreier aufeinanderfolgender natürlichen Zahlen ergibt 87. Wie heißen die drei Zahlen?

$$\begin{array}{rcl}
 x + x + 1 + x + 2 & = & 87 \\
 3x + 3 & = & 87 \quad | -3 \\
 3x & = & 84 \quad | :3 \\
 x & = & 28
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \text{P: } 28 + 28 + 1 + 28 + 2 & = & 87 \\
 87 & = & 87 \quad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahlen heißen 28, 29, 30.

15) Vermehrt man das Vierfache einer Zahl um 26, so ergibt das 90. Wie heißt die Zahl?

$$\begin{array}{rcl}
 4x + 26 & = & 90 \quad | -26 \\
 4x & = & 64 \quad | :4 \\
 x & = & 16
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \text{P: } 4 \cdot 16 + 26 & = & 90 \\
 64 + 26 & = & 90 \\
 90 & = & 90 \quad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 16.

16) Addiert man zu einer Zahl ein Drittel dieser Zahl, so ergibt das 16. Wie heißt die Zahl?

$$\begin{array}{rcl}
 x + \frac{x}{3} & = & 16 \quad | \cdot 3 \\
 3x + x & = & 48 \\
 4x & = & 48 \quad | :4 \\
 x & = & 12
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \text{P: } 12 + \frac{12}{3} & = & 16 \\
 12 + 4 & = & 16 \\
 16 & = & 16 \quad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 12.

17) Subtrahiert man von der Hälfte einer Zahl ein Drittel derselben Zahl, so ergibt das 10. Wie heißt die Zahl?

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{x}{2} - \frac{x}{3} & = & 10 \quad | \cdot 6 \\
 3x - 2x & = & 60 \\
 x & = & 60
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \text{P: } \frac{60}{2} - \frac{60}{3} & = & 10 \\
 30 - 20 & = & 10 \\
 10 & = & 10 \quad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 60.

18) Das Doppelte einer um 3 vermehrten Zahl vermindert um 5 ergibt 17. Wie heißt die Zahl?

$$\begin{array}{rcl}
 (x + 3) \cdot 2 - 5 & = & 17 \\
 2x + 6 - 5 & = & 17 \\
 2x + 1 & = & 17 \quad | -1 \\
 2x & = & 16 \quad | :2 \\
 x & = & 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \text{P: } (8 + 3) \cdot 2 - 5 & = & 17 \\
 11 \cdot 2 - 5 & = & 17 \\
 22 - 5 & = & 17 \\
 17 & = & 17 \quad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 8.



19) Zahlenrätsel. Berechne jeweils die gesuchte Zahl im Kopf.

- a) Vermehrt man die Zahl 2 um die Hälfte einer Zahl, so erhält man 20.
- b) Vermindert man das Doppelte einer Zahl um 2, so erhält man 20.
- c) Addiert man zum Doppelten einer Zahl die Zahl 2, so erhält man 20.
- d) Die Hälfte einer Zahl ist um 20 größer als 2.
- e) Die Hälfte einer Zahl ist um 20 kleiner als das um 2 vermehrte Doppelte der Zahl.
- f) Das Doppelte einer Zahl ist um 20 größer als 2.

36
11
9
44
12
11

20) Ordne jeder Gleichung den passenden Text zu. Schreibe die Nummer des Textes (a, b, c ...) in das Kästchen unter der entsprechenden Gleichung.

$2x - 2 = 20$ <input type="text" value="b"/>	$2x + 2 = 20$ <input type="text" value="c"/>	$2x - 20 = 2$ <input type="text" value="f"/>	$2 + \frac{x}{2} = 20$ <input type="text" value="a"/>	$\frac{x}{2} - 20 = 2$ <input type="text" value="d"/>	$\frac{x}{2} + 20 = 2x + 2$ <input type="text" value="e"/>
---	---	---	--	--	---

21) Addiert man 35 zum 3-fachen einer Zahl, so erhält man dasselbe, wie wenn man die um 25 größere Zahl verdoppelt.

$$\begin{array}{l}
 3x + 35 = (x + 25) \cdot 2 \\
 3x + 35 = 2x + 50 \quad | - 2x \\
 x + 35 = 50 \quad | - 35 \\
 x = 15
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{P: } 3 \cdot 15 + 35 = (15 + 25) \cdot 2 \\
 45 + 35 = 40 \cdot 2 \\
 80 = 80 \qquad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 15.

22) Das 5-fache einer Zahl vermehrt um 8 ist um 20 größer als das 3-fache der Zahl.

$$\begin{array}{l}
 5x + 8 - 20 = 3x \\
 5x - 12 = 3x \quad | - 3x \\
 2x - 12 = 0 \quad | + 12 \\
 2x = 12 \quad | : 2 \\
 x = 6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{P: } 5 \cdot 6 + 8 - 20 = 3 \cdot 6 \\
 30 + 8 - 20 = 18 \\
 18 = 18 \qquad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 6.

23) Das 3-fache einer um 7 verminderten Zahl ist um 43 kleiner als das 5-fache dieser Zahl.

$$\begin{array}{l}
 (x - 7) \cdot 3 + 43 = 5x \\
 3x - 21 + 43 = 5x \\
 3x + 22 = 5x \\
 5x = 3x + 22 \quad | - 3x \\
 2x = 22 \\
 x = 11
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{P: } (11 - 7) \cdot 3 + 43 = 5 \cdot 11 \\
 4 \cdot 3 + 43 = 55 \\
 12 + 43 = 55 \\
 55 = 55 \qquad \text{w. A.}
 \end{array}$$

A: Die Zahl heißt 11.

⇒ Überlege bei jeder Aufgabe, für welche Zahl oder Größe du die Unbekannte einsetzt.

- 24) In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Scheitelwinkel um 20° größer als die Hälfte des Basiswinkels. Berechne die Größen der Winkel.

Probe:			$x + x + \frac{x}{2} + 20 = 180$	
Winkel α	x	64	$2,5x + 20 = 180$	- 20
Winkel β	x	64	$2,5x = 160$: 2,5
Winkel γ	$\frac{x}{2} + 20$	$64 : 2 + 20 = 52$	$x = 64$	
Winkelsumme	180	180		

A: Winkel α hat 64° , Winkel β hat 64° und Winkel γ hat 52° .

- 25) In einem Dreieck ist der Winkel α dreimal so groß wie der Winkel β und der Winkel γ um 5° größer als der Winkel α . Berechne die Größen der Winkel.

Probe:			$3x + x + 3x + 5 = 180$	
Winkel α	$3x$	$3 \cdot 25 = 75$	$7x + 5 = 180$	- 5
Winkel β	x	25	$7x = 175$: 7
Winkel γ	$3x + 5$	$3 \cdot 25 + 5 = 80$	$x = 25$	
Winkelsumme	180	180		

A: Winkel α hat 75° , Winkel β hat 25° und Winkel γ hat 80° .

- 26) Bei einem Viereck ist der Winkel β doppelt so groß wie der Winkel α , der Winkel γ um 20° größer als α und der Winkel δ ist um 45° kleiner als der Winkel α . Berechne die Größen der Winkel.

Probe:			$x + 2x + x + 20 + x - 45 = 360$	
Winkel α	x	77	$5x - 25 = 360$	+ 25
Winkel β	$2x$	$2 \cdot 77 = 154$	$5x = 385$: 5
Winkel γ	$x + 20$	$77 + 20 = 97$	$x = 77$	
Winkel δ	$x - 45$	$77 - 45 = 32$		
Winkelsumme	360	360		

A: Winkel α hat 77° , Winkel β hat 154° , Winkel γ hat 97° und Winkel δ hat 32° .

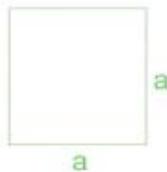
- 27) In einem Viereck ist der Winkel β um 25° größer als α , γ ist um 35° größer als β und δ ist um 45° kleiner als α . Berechne die Größen der Winkel.

Probe:			$x + x + 25 + x + 60 + x - 45 = 360$	
Winkel α	x	80	$4x + 40 = 360$	- 40
Winkel β	$x + 25$	$80 + 25 = 105$	$4x = 320$: 4
Winkel γ	$x + 25 + 35$	$80 + 60 = 140$	$x = 80$	
Winkel δ	$x - 45$	$80 - 45 = 35$		
Winkelsumme	360	360		

A: Winkel α hat 80° , Winkel β hat 105° , Winkel γ hat 140° und Winkel δ hat 35° .

⇒ Zeichne Skizzen, überlege, wofür du die Unbekannte einsetzt und beschrifte die Skizzen mit den entsprechenden Variablen.

- 28) Verlängert man eine Seite eines Quadrates um 3 cm und verkürzt die andere Seite um 2 cm, so erhält man ein Rechteck mit gleich großem Flächeninhalt. Berechne die Seitenlängen durch Gleichsetzen der Flächenformeln.

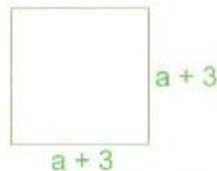
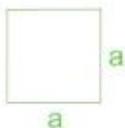


$$\begin{aligned} a \cdot a &= (a + 3) \cdot (a - 2) \\ a^2 &= a^2 + 3a - 2a - 6 \\ a^2 &= a^2 + a - 6 && | - a^2 \\ 0 &= a - 6 && | + 6 \\ 6 &= a \end{aligned}$$

Probe: $A_Q = 6 \cdot 6$ $A_R = (6 + 3) \cdot (6 - 2)$ $A_Q = A_R$
 $A_Q = 36$ $A_R = 9 \cdot 4$ $36 = 36$ w. A.
 $A_R = 36$

A: Quadrat: $a = 6$ cm; Rechteck: $a = 9$ cm, $b = 4$ cm.

- 29) Verlängert man die Seiten eines Quadrates um je 3 cm, so erhält man ein zweites Quadrat, dessen Flächeninhalt um 63 cm^2 größer ist als der des ersten Quadrates. Berechne die Seitenlängen.



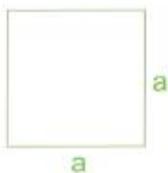
um 63 cm^2 größer

$$\begin{aligned} a^2 &= (a + 3)^2 - 63 \\ a^2 &= a^2 + 6a + 9 - 63 \\ a^2 &= a^2 + 6a - 54 && | - a^2 \\ 0 &= 6a - 54 && | + 54 \\ 54 &= 6a && | : 6 \\ 9 &= a \end{aligned}$$

Probe: $A_1 = 9 \cdot 9$ $A_2 = (9 + 3)^2$ $A_1 = A_2 - 63$
 $A_1 = 81$ $A_2 = 12^2$ $81 = 144 - 63$
 $A_2 = 144$ $81 = 81$ w. A.

A: 1. Quadrat: $a = 9$ cm; 2. Quadrat: $a = 12$ cm.

- 30) Verlängert man eine Seite eines Quadrates um 5 cm und verkürzt die andere Seite um 4 cm, so erhält man ein Rechteck, das um 12 cm^2 kleiner ist als das ursprüngliche Quadrat. Berechne die Seitenlängen.



um 12 cm^2 kleiner

$$\begin{aligned} a^2 &= (a + 5) \cdot (a - 4) + 12 \\ a^2 &= a^2 + 5a - 4a - 20 + 12 \\ a^2 &= a^2 + a - 8 && | - a^2 \\ 0 &= a - 8 && | + 8 \\ 8 &= a \end{aligned}$$

Probe: $A_Q = 8 \cdot 8$ $A_R = (8 + 5) \cdot (8 - 4)$ $A_Q = A_R + 12$
 $A_Q = 64$ $A_R = 13 \cdot 4$ $64 = 52 + 12$
 $A_R = 52$ $64 = 64$ w. A.

A: Quadrat: $a = 8$ cm; Rechteck: $a = 13$ cm, $b = 4$ cm.